

Campos electricos

Germán Moncada M

El propósito de esta guía es potenciar el aprendizaje del cálculo y las propiedades de los campos eléctricos. En esta se presenta una revisión sobre las estrategias de solución de problemas de campo eléctrico producido por distribuciones discretas y distribuciones continuas de carga eléctrica.

Desde la formulación de la electrostática, la estrategia de solución de problemas para el cálculo de la intensidad del campo eléctrico se mantiene invariante. Sin embargo, la realización de estos presentan diferentes estilos de abordaje dependiendo de las habilidades de los estudiantes. Un estudiante puede necesitar de la colaboración de sus compañeros, otros trabajan individualmente, pero siempre se hace necesario que su interés sea significativo, de lo contrario no será posible que se logre su aprendizaje.

En esta guía, se propone la participación activa de los estudiantes para que propongan soluciones a los problemas propuestos, ya que esta actividad evoluciona su forma de pensar. La solución de problemas permite una conexión permanente, comienzan a configurar el siguiente peldaño en su aprendizaje. Conclusión)

Los estudiantes deben estar en un punto intermedio en cuanto al conocimiento y utilización de herramientas necesarias como: el concepto de campo y la utilización de los vectores. Estos elementos articulados hacen realidad el aprendizaje, como un derecho, de los estudiantes.

1 Propiedades de la carga eléctrica

En una esfera pequeña de plomo con masa de 8.00 g se colocan electrones excedentes, de modo que su carga neta sea de $-3.20 \cdot 10^{-9}C$.

a) Encuentre el número de electrones excedentes en la esfera.

b) ¿Cuántos electrones excedentes hay por átomo de plomo? El número atómico del plomo es 82, y su masa atómica es de $207 \cdot 10^{-3}kg \cdot mol^{-1}$.

- solución: por la cuantización de la carga se tiene: $n \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}C = -3.20 \cdot 10^{-9}C$. despejando n se obtiene

$$n = 2 \cdot 10^{10} \text{ electrones}$$

- Utilice la masa atómica del plomo para encontrar el número de átomos de plomo en $8.00 \times 10^{-3}kg$ de plomo. A partir de este y el número total de electrones en exceso, encontrar el número de electrones en exceso por átomo de plomo. aquí se halla el número de átomos de la muestra:

$$n_{atom} = \frac{m_{Pb}}{m_{atom}} = \frac{8 \cdot 10^{-3}kg}{207 \cdot 10^{-3}kg \cdot mol^{-1}} = 0.03865mol$$

N_A es el número de Avogadro y es el número de átomos en 1 mol de modo que el número total de átomos en 0.03865 mol de plomo es

$$\begin{aligned} N &= N_A 0.03865mol \\ N &= 6.022 \cdot 10^{23} \text{ Átomos } mol^{-1} \cdot 0.03865mol \\ N &= 2.33 \cdot 10^{22} \text{ átomos} \end{aligned}$$

- el exceso de electrones por cada átomo es:

$$\frac{2 \cdot 10^{10} \text{ electrones}}{2.33 \cdot 10^{22} \text{ átomos}} = 8.59 \cdot 10^{-13}$$

1.1 Taller autoevaluación

Observaciones: 1) No escriba con lápiz. 2) Toda enmendadura anula su respuesta. 3) Desarrolle el cuestionario en su totalidad EN UNA HOJA EXAMEN. 4) Justifique sus resultados de manera detallada y ordenada. 5) El diligenciamiento de esta prueba es estrictamente individual. En los ítem de 1 a 4 se debe hacer el correspondiente diagrama de fuerzas o de campo eléctrico, según convenga

1. Dos esferas pequeñas de masa $m = 10,0\text{ g}$ cuelgan de hilos de seda de longitud $L = 1,2\text{ m}$ de un punto común. Cuando se les proporciona a las esferas cantidades iguales de carga negativa de modo que $q_1 = q_2 = q$, cada hilo cuelga a $\theta = 25^\circ$ respecto a la vertical. ¿Cuál es la magnitud de q ?
2. Dos cargas puntuales ubicadas sobre el eje y a $0,3\text{ m}$ y $-0,3\text{ m}$ del origen respectivamente $q_1 = q_2 = 3,0\mu\text{C}$ interactúan con una tercera carga puntual $Q = 4,0\mu\text{C}$ situada en el eje x a $0,4\text{ m}$ del origen de coordenadas. Calcular la magnitud y dirección de la fuerza neta sobre Q .
3. Una carga puntual $q = -6\mu\text{C}$ está en el origen del sistema de coordenadas. Encuentre el campo eléctrico (magnitud y dirección) en un punto situado en las coordenadas $x = 1,2$ y $y = -1,6\text{ m}$.
4. Una carga $q_1 = 5,0\mu\text{C}$ se localiza en el origen y una segunda carga $q_2 = -7,0\mu\text{C}$ se ubica en el eje x a $0,30\text{ m}$ del origen. Calcular la magnitud y dirección del campo eléctrico en un punto P situado en las coordenadas $(0; 0,4)\text{ m}$.
5. Una carga puntual $q = -e$ de masa m_p entra con velocidad $v = 3,0 \cdot 10^5\text{ m s}^{-1}$ en un campo eléctrico Uniforme $E = 200\text{ N C}^{-1}$, tal como se muestra en la figura, la longitud horizontal de las placas es $l = 0,1\text{ m}$. Determine: a) la aceleración del electrón mientras se encuentra en el campo eléctrico. b) si el electrón pasa la placa determinar en cuanto tiempo lo hace. c) Si la posición vertical del electrón es $y_0 = 0$ ¿cuál es la distancia de separación de las placas?

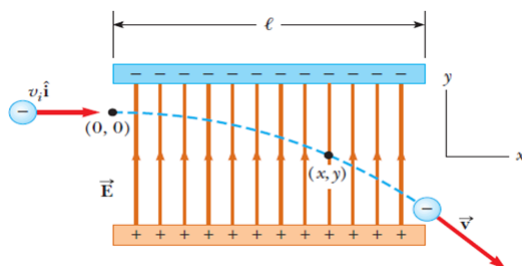


Figure 1.1: partícula cargada en un campo eléctrico

2 Propiedades del campo eléctrico

Una carga eléctrica puntual q (carga de prueba) sufre, en presencia de otra carga q_1 (carga fuente), una fuerza electrostática. Si eliminamos la carga de prueba, podemos pensar que el espacio que rodea a la carga fuente ha sufrido algún tipo de perturbación, ya que una carga de prueba situada en ese espacio sufrirá una fuerza.

La perturbación que crea en torno a ella la carga fuente se representa mediante un vector denominado campo eléctrico. La dirección y sentido del vector campo eléctrico en un punto vienen dados por la dirección y sentido de la fuerza que experimentaría una carga positiva colocada en ese punto: si la carga fuente es positiva, el campo eléctrico generado será un vector dirigido hacia afuera (a) y si es negativa, el campo estará dirigido hacia la carga (b):

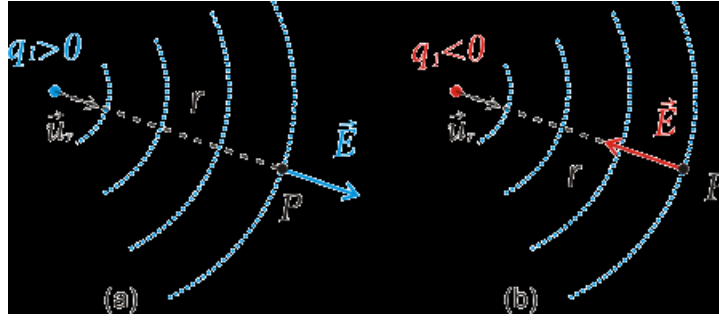


Figure 2.1: a) Campo producido por una carga positiva. b) Campo producido por una carga negativa.

Campo eléctrico creado en el punto P por una carga de fuente q_1 positiva (a) y por una otra negativa (b). El campo eléctrico E creado por la carga puntual q_1 en un punto cualquiera P se define como:

$$\mathbb{E} = K_e \frac{q}{r_p^2} \hat{r} \quad (2.1)$$

donde q es la carga creadora del campo (carga fuente), K es la constante electrostática, r es la distancia desde la carga fuente al punto P y \hat{r} es un vector unitario que va desde la carga fuente hacia el punto donde se calcula el campo eléctrico (P). El campo eléctrico depende únicamente de la carga fuente (carga creadora del campo) y en el Sistema Internacional se mide en N/C o V/m .

Si en vez de cargas puntuales se tiene de una distribución continua de carga (un objeto macroscópico cargado), el campo creado se calcula sumando el campo creado por cada elemento diferencial de carga, esto significa

$$\mathbb{E} = \int d\vec{E} = \int K_e \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

Esta integral, salvo casos concretos, es difícil de calcular. Para hallar el campo creado por distribuciones continuas de carga resulta más práctico utilizar la Ley de Gauss.

Una vez conocido el campo eléctrico E en un punto P , la fuerza que dicho campo ejerce sobre una carga de prueba q que se sitúe en P será:

$$\vec{F} = qE \quad (2.2)$$

por tanto, si la carga de prueba es positiva, la fuerza que sufre será paralela al campo eléctrico en ese punto, y si es negativa la fuerza será opuesta al campo, independientemente del signo de la carga fuente.

En la siguiente figura se representa una carga fuente q_1 positiva (campo eléctrico hacia afuera) y la fuerza que ejerce sobre una carga de prueba q positiva (a) y sobre otra negativa (b):

Fuerza que un campo eléctrico E ejerce sobre una carga de prueba q positiva (a) y sobre otra negativa (b).

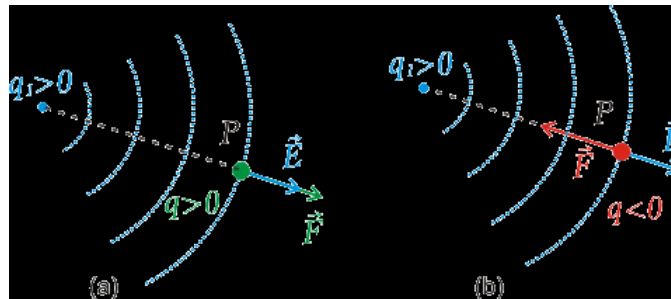


Figure 2.2: Fuerza que un campo eléctrico E ejerce sobre una carga de prueba q positiva (a) y sobre otra negativa (b).

El campo eléctrico cumple el principio de superposición, por lo que el campo total en un punto es la suma vectorial de los campos eléctricos creados en ese mismo punto por cada una de las cargas fuente.

Líneas de campo

El concepto de líneas de campo (o líneas de fuerza) fue introducido por Michael Faraday (1791-1867). Son líneas imaginarias que ayudan a visualizar cómo va variando la dirección del campo eléctrico al pasar de un punto a otro del espacio. Indican las trayectorias que seguiría la unidad de carga positiva si se la abandona libremente, por lo que las líneas de campo salen de las cargas positivas y llegan a las cargas negativas:

Las líneas de campo creadas por una carga positiva están dirigidas hacia afuera; coincide con el sentido que tendría la fuerza electrostática sobre otra carga positiva.

Además, el campo eléctrico será un vector tangente a la línea en cualquier punto considerado.

Líneas de campo causadas por una carga positiva y una negativa.

Las propiedades de las líneas de campo se pueden resumir en:

El vector campo eléctrico es tangente a las líneas de campo en cada punto. Las líneas de campo eléctrico son abiertas; salen siempre de las cargas positivas o del infinito y terminan en el infinito o en las cargas negativas. El número de líneas que salen de una carga positiva o entran en una carga negativa es proporcional a dicha carga. La densidad de líneas de campo en un punto es proporcional al valor del campo eléctrico en dicho punto. Las líneas de campo no pueden cortarse. De lo contrario en el punto de corte existirían dos vectores campo eléctrico distintos. A grandes distancias de un sistema de cargas, las líneas están igualmente espaciadas y son radiales, comportándose el sistema como una carga puntual.

2.1 Característica de la líneas de campo electrico

1. El campo eléctrico es tangencial a al líneas de campo
2. nacen en las cargas positivas o en el infinito y mueren en las cargas negativas o en el infinito
3. Nunca se cruzan
4. La magnitud de \vec{E} es inversamente proporcional a la densidad de las líneas (líneas cercanas implican ucho campo)
5. El número de líneas que nacen o mueren en una carga es proporcional a la magnitud de la carga.

2.2 Campo eléctrico producido por una distribucion discreta de carga

El dipolo eléctrico elemental está formado por dos cargas iguales y de signo opuesto, separadas una distancia $2a$ mucho menor que las distancias macroscópicas que manejamos. Expresado de otro modo, se trata de conocer el valor del campo E de un par de cargas puntuales separadas una distancia d en un punto r tal que el campo resultante en el punto se obtiene así:

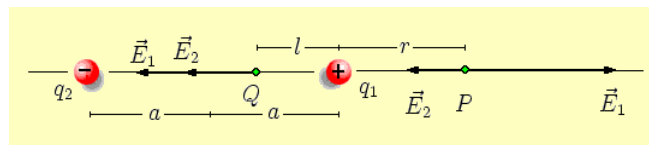


Figure 2.3: Dipolo electrico

Considerese un punto P que esta situado sobre la linea que une las dos cargas (parte externa). Por definición se tiene: que el campo resultante en un punto es la fuerza sobre una carga de prueba que se situaría en el punto donde se va

a calcular el campo

$$\begin{aligned}
\vec{E} &= \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\
\vec{E}_R &= E_+ - E_- \\
\vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_{+p}^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_{-p}^2} \\
\vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(y - \frac{a}{2}\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(y + \frac{a}{2}\right)^2} \\
\vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(y - \frac{a}{2}\right)^{-2} - \left(y + \frac{a}{2}\right)^{-2} \right] \\
\vec{E}_R &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[\left(1 + \frac{2a}{2y} + \dots\right) - \left(1 - \frac{2a}{2y} + \dots\right) \right] \\
\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(y - \frac{a}{2}\right)^{-2} - \left(y + \frac{a}{2}\right)^{-2} \right] &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[\left(1 + \frac{2a}{2y} + \dots\right) - \left(1 - \frac{2a}{2y} + \dots\right) \right]
\end{aligned}$$

para puntos lejos del dipolo lo que significa $y \gg d$ se utiliza solo el primer termino de la serie y se cancelan los terminos en $\frac{1}{y^2}$ y la expresión final es

$$\vec{E} = \frac{qa}{2\pi\epsilon_0 y^3} \quad (2.3)$$

En síntesis el campo depende del producto de la carga por la distancia de separación entre ambas a esto se le da el nombre de momento dipolar.

2.3 dipolo electrico bajo la influencia de un campo electrico exterior uniforme

En la figura de abajo se observa el comportamiento del momento dipolar dentro de un campo electrico externo

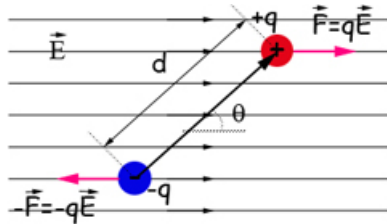


Figure 2.4: Dipolo electrico

cada carga del dipolo siente una fuerza. Si se suman la fuerza neta que siente el dipolo es cero, pero el mo-

mento de fuerza o torque neto no. Habrá una rotación y se modela mediante la siguiente expresión:

$$\tau = \vec{P} \times \vec{E}$$

es el producto vectorial del momento dipolar con el Campo Eléctrico Externo. la magnitud es un escalar y es:

$$\tau = PE \sin \theta$$

Las condiciones para el movimiento armónico rotacional. Habrá oscilación alrededor de la configuración de equilibrio $\theta = 0$, este es el movimiento típico de una molécula dipolar en un campo eléctrico.

Campo producido por una distribución continua de carga

2.4 Campo electrico producido por una distribucion continua de carga

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}) \quad (2.4)$$

Ejemplo 1. En la figura de abajo se observa un objeto en forma de semicircunferencia con carga q distribuida uniformemente con densidad $\lambda = \frac{-dq}{dl}$. Calcular el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el centro O de un hilo en forma semicircular de radio a ,

$$\begin{aligned}
 E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq \sin \theta}{r^2} \\
 E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda a \sin \theta d\theta}{r^2} \\
 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda a \sin \theta d\theta}{r^2} &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{\sin \theta d\theta}{a^2} \\
 \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0 a^2} \int_0^\pi \sin \theta d\theta &= \left. \frac{-\lambda \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 a} \right|_0^\pi \\
 E_y &= \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 a^2}
 \end{aligned}$$

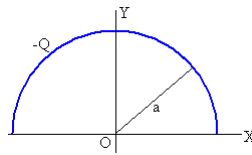


Figure 2.5: Distribucion en una linea de carga

Sección de preguntas de opción múltiple:

Lee con detenimiento la pregunta y cada una de las opciones de respuesta que se presentan, solo hay una respuesta correcta.

- La fuerza electrostática entre un electrón negativo y un neutrón neutro es:
 - negativa y de atracción
 - positiva y de repulsión
 - cero
 - algunas veces de atracción y algunas otras de repulsión
- Por comparación con la fuerza de gravedad, la atracción eléctrica entre un electrón y un protón
 - es más o menos del mismo valor
 - es mucho más intensa
 - es mucho más débil
 - no se puede comparar
- Cuando se frota con un trozo de lana, el azufre y el vidrio se cargarán
 - en forma positiva y negativa

- b) en forma negativa y positiva
 - c) ambas positivas
 - d) ambas negativas
4. Cuando la separación entre centros de dos pequeñas esferas cargadas se duplican, la fuerza eléctrica entre ellas
- a) se reduce a la mitad
 - b) se duplica
 - c) se reduce a la cuarta parte
 - d) se cuadruplica
5. Las unidades en el Sistema Internacional de flujo eléctrico son
- a) $\frac{N}{C^2}$
 - b) $\frac{N.m}{C}$
 - c) $\frac{N.m^2}{C}$
 - d) $\frac{C}{Nm}$
6. Suponga que se tienen tres esferas conductoras idénticas y una de ellas posee una carga de valor Q . Si se les pone en contacto y luego se les separa
- a) Cada una tendrá una carga $\frac{Q}{3}$
 - b) Cada una tendrá una carga Q
 - c) Solo una tendrá carga Q
 - d) Todas estarán descargadas

Sección de ejercicios

1. El campo eléctrico en un punto a 30 cm encima de una manta eléctrica es de $\frac{250N}{C}$, hacia arriba. Calcular la fuerza que actúa sobre un electrón en ese lugar. (la carga eléctrica del electrón es de $1.6 \times 10^{-19} C$)
2. Una carga puntual de $10\mu C$ ($10 \text{ micro coulomb} = 10 \times 10^{-6} C$) está rodeada por el vacío. Calcular la magnitud del campo eléctrico a una distancia de $20cm$.
3. a partir de la ley de Coulomb encuentre las unidades de la constante de permitividad eléctrica ϵ_0
4. Si la distancia de separación entre un electrón y un protón es de $25 \cdot 10^{-12}m$ encontrar:
 - la fuerza eléctrica entre ellos
 - La fuerza gravitacional entre ellos
 - compare estas dos magnitudes

Sección de preguntas de falso verdadero

:Las aseveraciones que se te presentan pueden ser falsas o verdaderas, te mucho cuidado al leer la pregunta ya que puede ser afirmativa o negativa, ten en cuenta el aprendizaje que te pide el programa de la asignatura. Coloque una F o V si la afirmación es falsa ó verdadera en el paréntesis.

1. () Las líneas de campo eléctrico neto nunca se cruzan
2. () En situaciones electrostáticas, las líneas de campo eléctrico siempre inician en una carga negativa y terminan en una carga positiva.
3. () Los listones conductores colocados sobre las puntas de las alas de un avión, permiten el escape de la carga eléctrica inducida sobre la nave conforme está se mueve en el aire.
4. () El Campo eléctrico se define como la fuerza eléctrica experimentada por una carga de prueba positiva en ese punto dividida entre esa carga.
5. () El campo electrostático externo al cuerpo de un conductor, debe ser siempre paralelo a la superficie.
6. () El campo eléctrico dentro de la esfera metálica de un generador Van de Graaff siempre es diferente de cero.
7. () El capacitor es un dispositivo eléctrico; en su forma mas sencilla un par de placas conductoras paralelas, separadas por una distancia pequeña, que almacena carga eléctrica y energía.
8. () Quedarse dentro del automóvil durante una tormenta de rayos es inseguro.
9. () En un generador de Van de Graaff se puede aumentar el voltaje aumentando el radio de la esfera ó colocando todo el sistema en un recipiente con gas a alta presión.
10. () Mientras mas cercanas estén las líneas de fuerza, mas fuerte será el campo eléctrico.

sección problemas(10 de diversos niveles de complejidad B= básico, M= medio A= avanzado)

Caso 1. Nivel básico

1. . Dos cargas puntuales $Q_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ [C]}$ y $Q_2 = -8 \times 10^{-6} \text{ [C]}$, están separadas 4 [m]. ¿Con qué fuerza se atraen?
- 2.

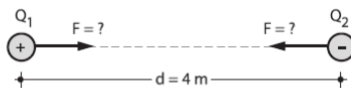


Figure 2.6: Ley de coulomb

3. . Se tiene un campo eléctrico uniforme vertical hacia abajo cuya intensidad es igual a 5 [N/C] . Si se lanza horizontalmente una carga eléctrica de $2 \times 10^{-7} \text{ [C]}$, con una velocidad igual a 100 [m/s] . Hallar después de qué tiempo llega a la placa inferior que se muestra, si inicialmente estaba a una altura de 50 [m] . Masa de la carga = $0,50 \text{ [kg]}$; $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$
4. Se tienen dos cargas “+q” y “+4q” separadas una distancia “d”; en la recta que las une se ubica una tercera carga, de tal manera que en dicha condición el sistema esté en equilibrio. Calcular el signo, la magnitud y la posición de esta tercera carga. Inicialmente el sistema está en equilibrio

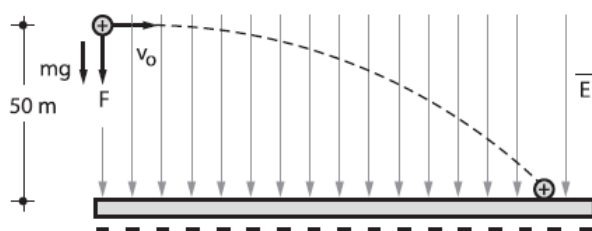


Figure 2.7: Dinámica de una partícula cargada

5. Dos cargas se encuentran separadas a una distancia d . Si entre ambas cargas se ubica una tercera de manera que la fuerza sobre ella sea nula. ¿Cuál es la distancia que se debe colocar la tercera carga?. Todas las cargas son positivas y tienen la misma carga. Dibuje el diagrama y demuestre matemáticamente la respuesta.

Caso 1. Nivel medio

1. El electrón entra a una región entre dos placas cargadas con un ángulo de 37° . Su velocidad inicial es 5×10^{-6} [m/s] y está a 2 [cm] de la placa positiva, determinar: Intensidad de campo eléctrico. El tiempo en que tarda en golpear la placa. (Considerar despreciable la acción de la gravedad.)
- 2.

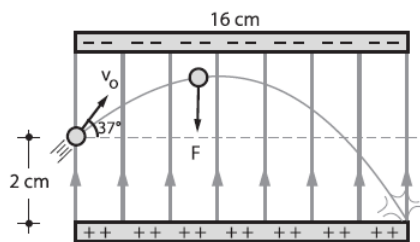


Figure 2.8: tiro parabólico

3. Un electrón es proyectado dentro de un campo eléctrico uniforme, de intensidad 100 [N/C], con una velocidad inicial de 5×10^6 [m/s] según el eje x , en la dirección del campo eléctrico. ¿Cuánto se desplazará el electrón hasta detenerse? (Resp. 0,73 [m])

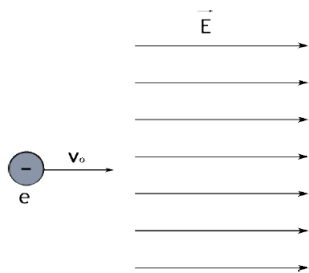


Figure 2.9: Electrón moviéndose dentro de un campo eléctrico

4. Un electrón entra a un campo eléctrico uniforme, cuya intensidad es de 1000 N/C dirigido hacia $-Y$, según el plano cartesiano, con una velocidad inicial de 3×10^4 [m/s] horizontal, es decir, según el eje X y perpendicular

al campo. ¿Cuál es la deflexión que experimenta el electrón después de haber viajado 200 [m] en la dirección X? ¿Cuál es la velocidad que adquiere en el eje y, no olvide indicar la dirección? Ayuda: 1 Calcule el tiempo usando $v=d/t$ que es un MRU en el eje x. La deflexión, es lo que se curva hacia el eje Y

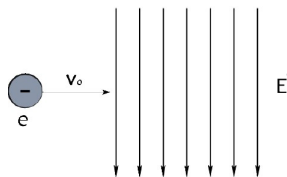


Figure 2.10: Cinemática de una partícula cargada

- ¿Cuál debe ser la intensidad del campo eléctrico para dejar en suspensión un electrón en el aire. Suponga que la aceleración de gravedad es de $9,8 \text{ [m/s}^2\text{]}$. Realice un dibujo para mostrar la dirección del campo eléctrico. ¿Cuánto debiera valer el campo eléctrico y la dirección, si la carga fuera un protón?

Caso 1. Nivel avanzado

- Tres partículas de igual carga se encuentran dispuestas formando un triángulo equilátero. Hallar el campo eléctrico en centro del triángulo
- En la figura mostrada, determinar la intensidad de campo “E” en el vértice (A), si $Q = 32 \text{ } \mu\text{C}$, hallar la magnitud de “ $-q$ ” para que el campo sea horizontal

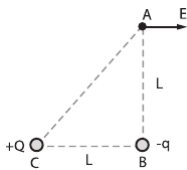


Figure 2.11: Encotrar el campo electrico

- Dos pequeña bolas de masa m están colgando de hilo de seda de longitud L poseen cargas iguales q . Supones que ϑ es tan pequeño que $\tan \theta$ puede ser aproximado por $\sin \theta$.

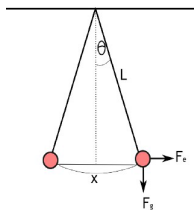


Figure 2.12: Equilibrio electrostatatico

- Calcular el vector campo eléctrico \vec{E} del sistema de cargas de la figura en P y en Q .

5. Datos: $q_1 = 28 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $q_2 = -16 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, Puntos $P(1,0)$, y $Q(0,1.5)$ metros

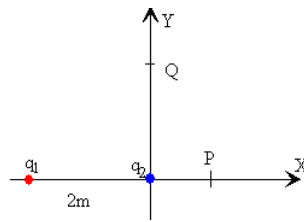


Figure 2.13: Campo eléctrico resultante

6. Determinar la posición de una carga situada en la línea recta que une dos cargas concentradas de $+50$ y -18 stC separadas 40 cm de tal manera que todo el sistema se encuentra en equilibrio horizontal. recuerde que en el sistema cgs la fuerza se expresa en dinas, la distancia en centímetros y la carga eléctrica en statcoulombs. Nota de conversión de unidades de carga: $1 \text{ C} = 10 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ statcoulomb}$

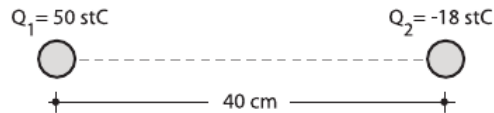


Figure 2.14: Donde esta la bolita

7. Calcular el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) en el centro O de un hilo en forma de cuadrante circular de radio a , uniformemente cargado con una carga $-Q$.

Preguntas de síntesis (de 1 a 4)

- ¿Por qué cada interacción entre partículas cargadas requiere conocer el signo de las cargas?
- ¿Qué le aportan a la ley de Coulomb el diagrama vectorial de fuerzas?
- ¿Cómo repercute el conocimiento explícito del campo eléctrico en la dinámica de las partículas dentro de un campo eléctrico?
- ¿Cuál es el propósito y qué propiedades tiene la introducción del concepto de carga de prueba q_0 en el estudio del campo eléctrico \vec{E} ?

3 Ley de Gauss para campo eléctrico

3.0.1 flujo eléctrico

La ley de Gauss, conocida como teorema de Gauss, establece que el flujo de campos vectoriales a través de una superficie cerrada es proporcional a la magnitud de las fuentes de dicho campo que hay en el interior de la misma superficie. Estos campos son aquellos cuya intensidad decrece como la distancia a la fuente al cuadrado. La constante de proporcionalidad depende del sistema de unidades empleado.

Se aplica al campo electrostático y al gravitatorio. Sus fuentes son la carga eléctrica y la masa, respectivamente. También puede aplicarse al campo magnetostático.

La ley es una de las cuatro ecuaciones de Maxwell, que forman la base de electrodinámica clásica (las otras tres son la ley de Gauss para el magnetismo, la ley de Faraday de la inducción y la ley de Ampère con la corrección de Maxwell. La ley de Gauss puede ser utilizada para obtener la ley de Coulomb, y viceversa.

$$\phi = \mathbb{E} \bullet \hat{n} S \quad (3.1)$$

en el sistema internacional de unidades se observa que las unidades de flujo son: $\frac{Nm^2}{C}$, otra forma de modelar el flujo es observar como este es proporcional al número de líneas del campo eléctrico que penetra alguna superficie

3.1 Conductores en equilibrio electrostatico

3.1.1 LA LEY DE GAUSS Y LOS CONDUCTORES.

Como los conductores son materiales en los que los portadores de carga se mueven libremente. Si un conductor se encuentra en equilibrio electrostático, la fuerza sobre los electrones libres en el interior del conductor debe desaparecer. Las consecuencias de esto son:

EN EL INTERIOR DEL CONDUCTOR $\mathbb{E} = 0$.

INMEDIATAMENTE AFUERA DEL CONDUCTOR, EL CAMPO ELÉCTRICO ES NORMAL A SU SUPERFICIE.

Además, esto permite enunciar un teorema que se puede probar mediante la ley de Gauss para los conductores aislados:

LA CARGA EN EXCESO EN UN CONDUCTOR AISLADO DEBE RESIDIR COMPLETAMENTE EN SU SUPERFICIE EXTERNA.

La primera propiedad puede entenderse considerando una placa conductora situada en un campo externo constante producido por un plano infinito como el del ejemplo (figura 3.1)

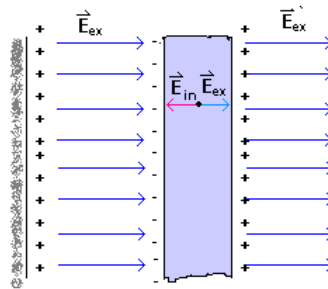


Figure 3.1: Campo eléctrico dentro de un conductor

.En equilibrio electrostático, el campo eléctrico dentro del conductor debe ser cero. Si éste no fuera el caso, las cargas libres se acelerarían bajo el campo. Antes de que se aplique el campo externo, los electrones se distribuyen uniformemente por todo el conductor. Cuando se aplica el campo externo, los electrones aceleran hacia la izquierda y producen una acumulación de carga negativa en la superficie izquierda y una carga positiva a la derecha. Esta distribución de cargas crean su propio campo eléctrico interno, el cual se opone al campo eléctrico externo. El sistema logra el equilibrio electrostático cuando $\mathbb{E}_{in} = \mathbb{E}_{ext}$, lo cual da lugar a que el campo eléctrico neto dentro del conductor sea cero.

Toda carga es generadora de un campo eléctrico, como el campo eléctrico dentro de un conductor es cero entonces la carga neta dentro del conductor debe ser cero. Para ver esto se aplica la ley de Gauss a una superficie cerrada dentro de un conductor como en la figura 3.2

Como, el flujo a través de cualquier superficie de ese tipo es cero, y en consecuencia esa superficie no encierra carga eléctrica neta, por lo tanto la carga en exceso debe estar en la superficie exterior. Además, debe notarse que un objeto cargado ejerce una fuerza apreciable sobre un conductor neutro, porque la carga superficial no está a la misma distancia del objeto

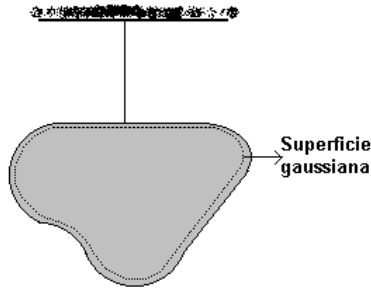


Figure 3.2: Carga neta dentro de un conductor es cero

Puede también utilizarse la ley de Gauss para determinar el campo justamente sobre la superficie de un conductor. Este campo debe ser perpendicular a la superficie del conductor. Si el campo tuviera en la superficie del conductor una componente tangencial, los portadores de carga se moverían a lo largo de la superficie, en respuesta a la fuerza tangencial correspondiente y, por lo tanto, no se estaría en la condición electrostática. Por lo tanto, en la superficie de un conductor en equilibrio el campo eléctrico solo tiene la componente normal. Como es perpendicular a la superficie del conductor, se puede tomar como superficie gaussiana un pequeño cilindro con caras paralelas a la superficie del conductor, como se muestra en la figura 3.3. El cilindro es lo suficientemente pequeño para despreciar las variaciones de σ y la curvatura de la superficie del conductor en la región que ocupa.

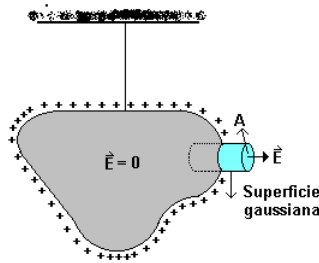


Figure 3.3: Campo eléctrico perpendicular a la superficie del conductor

No hay flujo a través de la parte cilíndrica de la superficie gaussiana debido a que \mathbf{E} es tangente a esta parte y por lo tanto perpendicular al vector superficie. El flujo a través del extremo plano es cero porque dentro del conductor $E=0$. Por último, el flujo a través del extremo plano (de área A) que se encuentra justo por fuera del conductor es

$$\begin{aligned}\phi_E &= \int \mathbf{E} \cdot \hat{n} ds = ES = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{\sigma}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

de donde

En los puntos en que σ sea positiva el campo irá hacia afuera de la superficie (E es positivo), y en los puntos en que sea negativa se dirigirá hacia la superficie (E es negativo).

Otro tipo de problemas que corresponden a la ley de Gauss es lo concerniente con la distribución de carga sobre la superficie o superficies de un conductor. Para ello se usa el hecho de que $E = 0$ en el interior del conductor.

Ejemplo 2. Un conductor posee una carga neta de $10\mu C$. Dentro del conductor hay una cavidad y dentro de ella se encuentra una carga punto como en la figura 3.4. Hállese la carga q_1 en la superficie interior del conductor (es decir en la pared de la cavidad), y la carga q_2 en la superficie exterior del mismo.

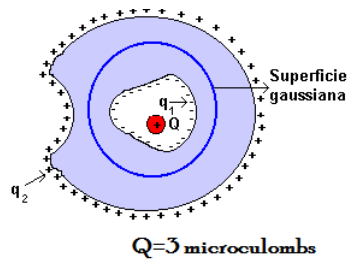


Figure 3.4: Frontera; cavida interior y superficie del conductor

Para resolver este problema se escoge una superficie gaussiana en el interior del conductor que rodee la cavidad como se muestra en la figura. Como la gaussiana queda comprendida completamente dentro del conductor $\mathbb{E} = 0$, en todos sus puntos. por lo tanto, el flujo eléctrico dea través de la superficie gaussiana es

$$\phi_E = \int \mathbb{E} \cdot \hat{n} ds = \frac{q_1 + Q}{\epsilon_0} = 0$$

$$\begin{aligned} q_1 &= -Q \\ q_1 &= -3\mu C \end{aligned}$$

entonces

Como $q_1 + q_2 = 10\mu C$, entonces $q_2 = 13\mu C$. Así, la carga del conductor se distribuye a sí misma como sigue:

$$\begin{aligned} q_1 &= -3\mu C \text{ en la superficie interior} \\ q_2 &= 13\mu C \text{ en la superficie exterior} \end{aligned}$$

3.2 Energía potencial eléctrica

La ley de Coulomb es formalmente análoga a la ley de gravitación universal de Newton, que permite calcular la fuerza de atracción entre dos masas. Al igual que esta última, la fuerza electrostática dada por la ley de Coulomb es una fuerza conservativa. Por tanto, el trabajo es independiente de la trayectoria y se puede calcular a partir de una función escalar denominada energía potencia electrostática U .

Supongamos que bajo la acción de la fuerza electrostática la carga de prueba q_2 se desplaza desde un punto A a un punto B, entonces el trabajo W realizado por la fuerza es:

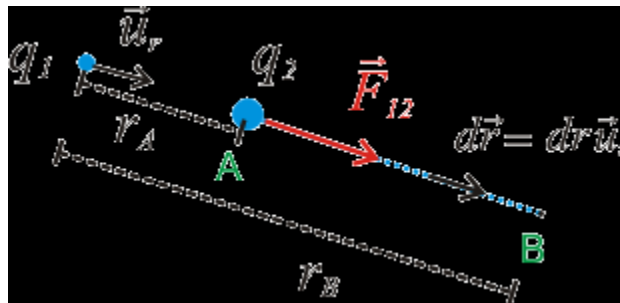


Figure 3.5: Trabajo realizado por una fuerza electrica

Supongamos que bajo la acción de la fuerza electrostática la carga de prueba q_2 se desplaza desde un punto A a un punto B, entonces el trabajo W realizado por la fuerza es:

Cuando se encuentra bajo la única acción de la fuerza electrostática la carga de prueba se moverá siempre en el sentido en el que disminuye su energía potencial ($U_A > U_B$); de este modo el trabajo de la fuerza es positivo, es decir, corresponde a una fuerza que va en el mismo sentido del movimiento.

Por otra parte, si aplicamos la definición de trabajo a la fuerza electrostática expresando ésta a partir de la Ley de Coulomb, se obtiene:

Integrando:

lo que, comparando con la expresión inicial para el trabajo, nos permite identificar la variación de energía potencial. De forma general se toma como origen para la energía potencial el infinito, de modo que cuando la distancia entre las dos cargas es infinita, la energía potencial entre ambas es nula. Por tanto, la energía potencial de un sistema de dos cargas puntuales q_1 y q_2 que están separadas una distancia r es:

Cuando una carga q se encuentra en presencia de N cargas puntuales, la energía potencial total se calcula a partir del sumatorio:

Conocida la expresión de la energía potencial se puede obtener la fuerza a partir del operador gradiente. Si lo aplicamos al caso de dos cargas:

que es la expresión de la fuerza dada por la Ley de Coulomb.

3.3 Potencial eléctrico. Superficies equipotenciales