

# Dinámica de partículas cargadas en movimiento dentro de un campo magnético

German moncada M profesor de física II

**Abstract**—Esta guía se realizó con el propósito de mejorar la comprensión de los estudiantes del comportamiento dinámico de una partícula cargada cuando se mueve dentro de un campo magnético y simultáneamente familiarizar al estudiante con las implicaciones tecnológicas de la utilización de la fuerza de Lorentz

**Index Terms**—partícula  $\alpha$ , helio ionizado, unidad de masa atómica, gauss, fuerzas fundamentales

## I. INTRODUCCIÓN

Comprender las leyes del electromagnetismo y la fuerza de Lorentz para explicar las fuerzas que experimenta una partícula cargada dentro de un campo magnético y eléctrico es de una complejidad media. Debe hacerse una integración entre la ley de la mecánica, las leyes de conservación de la energía para lograr un resultado aceptable en la comprensión de este tema. Por ello no es suficiente con utilizar la palabra dinámica sino se maneja los principios enunciados anteriormente, en este caso se comienza definiendo que es vectorialmente la fuerza de una partícula cargada dentro de un campo magnético y a partir de eso referente se comienzan a desarrollar las relaciones entre los campos magnético y eléctrico. En primer lugar se define la ley de inducción de Faraday y como esta permite relacionar los campos magnético con el campo eléctrico dependientes del tiempo o de la posición. Al finalizar se concluye que en realidad es más preciso hablar de campos electromagnéticos y no por separado de los campos, se relaciona la dinámica del movimiento circular con la fuerza de Lorentz. Se intenta sintetizar la dinámica en tres grandes componentes, las leyes de Newton, las leyes del electromagnetismo y los principios de conservación de la energía. En este orden de ideas se intenta interesar a los estudiantes de los diferentes programas de ingeniería en temas relacionados con sus especificidades. Se usan varias expresiones escalares y vectoriales, por lo que se espera que los estudiantes hayan visto sus cursos de álgebra lineal, cálculo y física mecánica.

En resumen para comprender la dinámica de las partículas cargadas dentro de un campo magnético y eléctrico es de una complejidad media. Pero con

esfuerzo y dedicación se puede mejorar y potenciar la comprensión de la ley del electromagnetismo. Por ello esta guía se realizó con el propósito de mejorar las herramientas didácticas de los temas de la física relacionados con la dinámica de partículas cargadas dentro de campos magnéticos, es así como se hace alusión a la ley de la inducción electromagnética de Faraday, el potencial eléctrico y su relación con los campos magnéticos variables. Su importancia radica en su utilidad para modelar fenómenos de la naturaleza y las implicaciones tecnológicas que se desarrolla al rededor de las leyes del electromagnetismo; no se trata de una investigación sino de una guía que tiene un propósito didáctico, eso sí con el rigor formal que exigen los temas relacionados con la física electromagnética. Las ideas desarrolladas son obtenidas de los libros reconocidos como clásicos y de los sitios web de universidades

## II. ANTECEDENTES SOBRE LOS ACELERADORES DE PARTÍCULAS CARGADAS

Uno de los descubrimientos científicos más importantes para la humanidad fue el ocurrido en el año de 1896 cuando el físico francés Henry Becquerel descubrió el fenómeno conocido como radiactividad y que consiste en la propiedad que poseen algunos átomos (tales como radio, polonio y torio) de emitir energía espontáneamente. En estudios posteriores se determinó la naturaleza de esta energía, consistente en la emisión de partículas y fotones, y se usaron las primeras letras del alfabeto griego para designarlas como radiación: alfa, beta y gamma. La radiación alfa consiste de partículas monoenergéticas, con carga eléctrica positiva y se identificaron como núcleos de helio. La energía de estas partículas se refiere a energía cinética y estas partículas son emitidas con gran velocidad. La radiación beta está constituida por electrones tanto con carga positiva y negativa. Los electrones con carga positiva se les llaman positrones. A diferencia de las alfa las partículas beta no eran monoenergéticas y son emitidas con distribución de energías con valor cero hasta un valor máximo. La radiación gamma no tiene carga eléctrica y son ondas

electromagnéticas, al igual que los rayos X, la luz visible, la violeta, Como se sabe cuando esta radiación interacciona con la materia presenta la característica de fotones. Un acelerador de partículas cargadas de inducción magnética o betatrón, pertenece al grupo de máquinas ideadas para acelerar partículas cargadas hasta elevadas energías. Fue inventado en 1941 por Donald W. Kerst. El betatrón construido en 1945 aceleraba electrones hasta una energía de  $10^8 eV$ .

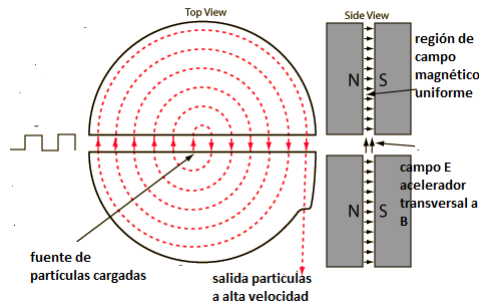


Figure 1. ciclotron

Un acelerador de partículas es un dispositivo que mediante la utilización de campos magnéticos logra proyectar haces de partículas cargadas a velocidades cercanas a las de la luz. Los primeros tipos de aceleradores fueron el “betatrón”, basado en un diseño de Rolf Wideröe, a quien se considera el padre de los aceleradores de partículas, y el “ciclotrón”, construido por Ernest Lawrence en la Universidad de Berkeley, en los Estados Unidos, en la década de 1930. Ese primer Ciclotrón fue construido con materiales caseros, medía cuatro pulgadas y su costo apenas rondó los 25 dólares. Los aceleradores de partículas son una de las herramientas más importantes de la física experimental, además de ser utilizados en la medicina en tratamientos como la radioterapia.

La posibilidad de acelerar partículas hasta alcanzar velocidades relativistas y hacerlas colisionar luego permite observar la constitución básica de la materia. Existen varios tipos de aceleradores, los lineales como el SLAC, ubicado en la Universidad de Stanford en California, o los circulares, como el del laboratorio Fermi, en las afueras de Chicago, o el Gran Colisionador de Hadrones, construido en un anillo de 27 kms. de longitud debajo de la frontera franco-suiza y actualmente el de mayor tamaño de su clase. El desarrollo de la tecnología de superconductores permitió contar con imanes mucho más potentes y con eso alcanzar energías del orden de los teraelectrónvoltios. Estas enormes máquinas cuestan billones de dólares por lo que en la última década se comenzó

a trabajar en nuevos tipos de aceleradores llamados de mesa, que permiten alcanzar mediante pulsos de láser energías similares a las gigantescas máquinas de inducción. En los colisionadores de partículas, luego de acelerar las partículas a velocidades casi lumínicas, se las hace chocar en un extremo, desintegrándolas en sus componentes básicos; a mayor energía se observan partículas nuevas. Se espera que máquinas como el GCH permitan verificar la existencia del bosón de Higgs, una partícula que confirmaría el modelo estándar de la física utilizado actualmente.

### A. Componentes

Los componentes de un acelerador de partículas dependen de si se trata de un acelerador lineal, circular, o es una combinación de los anteriores, después de la construcción del primer acelerador, en la misma década de los 30, se inventaron otros tipos de aceleradores tales como el ciclotrón, los aceleradores lineales y los aceleradores tipo Van de Graaff. Debido a que los primeros aceleradores de partículas se construyeron con el fin de estudiar experimentalmente la estructura del núcleo atómico, por medio de colisiones las que podían originar transmutaciones o reacciones nucleares, fue la razón por lo que al hablar de un acelerador se asociaba automáticamente con un laboratorio de física nuclear. La importancia de estos instrumentos de física nuclear es similar a la del telescopio en astronomía o al microscopio en bacteriología. Actualmente el uso de los aceleradores se ha extendido a otras áreas de investigación básica como la física atómica, el mundo de los electrones y en las partículas elementales. Los aceleradores en medicina se usan tanto en los departamentos de radiología, para destruir tumores malignos, como para producir radioisótopos que se utilizan en el diagnóstico de enfermedades de medicina nuclear. El uso de los aceleradores en aplicaciones tecnológicas es muy variada y más conocido en la industria de los semiconductores y la nucleoelectrónica, las cuales se usan un tipo especial de aceleradores conocidos como implantadores con los que es posible producir los dispositivos electrónicos. El acelerador está formado por un tubo toroidal en el que se hace un alto vacío y se sitúa entre las piezas polares de un electroimán. Los electrones, acelerados mediante una diferencia de potencial de unos 50000 por un cañón electrónico, entraban tangencialmente dentro del tubo, donde el campo magnético les hacía dar vueltas en una órbita circular de 5 m de longitud. Los betatróns se usan para estudiar ciertos tipos de reacciones nucleares y como fuentes de radiación para el tratamiento del cáncer. La fuerza que ejerce el campo magnético,

como se ha visto ya en el espectrómetro de masas y en el ciclotrón obliga a las partículas a describir una órbita circular. El problema que surge en esta situación, es que a medida que las partículas son aceleradas, se necesita un campo magnético cada vez mayor para que las partículas describan una órbita circular de un determinado radio.

### III. FUNDAMENTOS FÍSICOS

Todas las fuerzas conocidas en el universo son manifestaciones de cuatro fuerzas fundamentales, LAS FUERZAS FUERTE, ELECTROMAGNÉTICA, FUERZA DÉBIL, y GRAVITACIONAL. Pero ¿por qué cuatro?. ¿Por qué no una fuerza principal? Los que se unieron en la búsqueda de una fuerza unificada maestra, declararon que el primer paso hacia la unificación, se había logrado en 1983 con el descubrimiento de las partículas W y Z, los bosones vectoriales intermedios. Esto trajo la verificación experimental de partículas cuya predicción ya había contribuido al premio Nobel otorgado a Weinberg, Salam y Glashow en 1979. La combinación de las fuerzas débil y electromagnética en una fuerza unificada "electrodébil", constituyó un gran avance en la teoría, y proporcionó un gran ánimo para seguir adelante con el siguiente paso, la "gran unificación" necesaria para incluir la interacción fuerte. En su momento la unificación electrodébil fue aclamada como un gran paso adelante, quedaba un problema conceptual importante. Si las fuerzas débiles y electromagnéticas son parte de la misma fuerza electrodébil, ¿por qué la partícula de intercambio de la interacción electromagnética, el fotón, no tiene masa, mientras que las W y Z tienen masas de más de 80 veces la de un protón! Las fuerzas electromagnética y débil ciertamente no tienen el mismo aspecto en el universo actual de baja temperatura, por lo que debe haber habido algún tipo de ruptura espontánea de la simetría cuando el universo caliente se enfrió lo suficiente, esas energías de partículas cayeron por debajo de 100 GeV. Las teorías atribuyen la ruptura de la simetría a un campo llamado campo de Higgs, y se requiere la mediación de un nuevo bosón, el bosón de Higgs.

Las primeras fórmulas de las teorías, estimaban que el bosón de Higgs tendría una energía de masa superior a 1 TeV, lo que hace que las energías para el descubrimiento sean casi inalcanzable en la tierra. Ahora, desde el descubrimiento del quark top, hay una evidencia tentadora de que el bosón de Higgs puede tener energías en el rango de unos pocos cientos de GeV, y por lo tanto dentro de la gama de los aceleradores actuales. En el Fermilab, los datos de la instalación del detector D0 se utilizan con las

masas de la W y el quark T, para estimar la masa del bosón de Higgs. Las sugerencias de que pueda tener una masa inferior a 200 GeV, se han convertido en una de las altas prioridades en la física de altas energías.

#### A. Conceptos de Fuerzas Fundamentales

Al observar experimentalmente cómo es la fuerza que un campo B ejerce sobre una carga eléctrica q se cumple que:

- Si la carga está en reposo, el campo B no ejerce ninguna fuerza sobre ella.
  - La fuerza es máxima cuando la velocidad de la carga v y el campo B son perpendiculares y es nula cuando son paralelos.
  - La fuerza es perpendicular al plano formado por v y B.
  - La fuerza es proporcional al valor de la carga q y a la velocidad v.
  - Si la carga cambia de signo, la fuerza cambia de sentido
- Resumiendo todos estos hechos, se concluye que la fuerza que un campo B ejerce sobre una carga eléctrica q que se mueve con una velocidad v viene dada por

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

La fuerza electrostática es tangente en cada punto a las líneas de campo eléctrico, sin embargo, para el campo magnético se cumple que:

- La fuerza magnética es perpendicular a las líneas de campo B .

• Si la carga q se encuentra además bajo la acción de un campo eléctrico E, la fuerza resultante que actúa sobre ella es:  $\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  conocida como la fuerza de Lorentz

Los fundamentos físicos del betatrón combinan, la ley de Faraday, y el movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico y en un campo magnético.

Ley de Faraday-Henry en primer lugar, determina el campo eléctrico en cada punto del espacio, producido por un campo magnético que tiene simetría axial (su módulo depende solamente de la distancia r al eje Z), pero a su vez, cambia con el tiempo. El camino cerrado elegido es una circunferencia de radio r, centrada en el eje Z. Como el flujo varía con el tiempo, se induce una fem dada por la ley de Faraday

$$\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -V_B \quad (1)$$

$$\Phi_B = \int B \cdot \hat{n} ds \quad (2)$$

$$V_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (3)$$

Debido a la simetría axial, el campo eléctrico generado  $E$  solamente depende de  $r$ , es constante y tangente en todos los puntos de la circunferencia de radio  $r$ , de modo que  $V_E = E \cdot 2\pi r$

El flujo del campo magnético es

$$\Phi_B = |\vec{B}| \pi r^2$$

Donde  $\langle B \rangle$  es el campo medio existente en la región que cubre el área  $S = \pi r^2$ . Para obtener el campo eléctrico se recurre a la siguiente expresión:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \hat{u} 2\pi r = \frac{\partial B \pi r^2}{\partial t} = \frac{\pi r^2 dB}{dt} \quad (4)$$

Despejando el módulo del campo eléctrico, se obtiene

$$E = \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt} \quad (5)$$

### B. Movimiento de las partículas cargadas

Las partículas cargadas que se mueven con velocidad  $\vec{v}$  dentro de un campo magnético sufren una fuerza que se describe mediante la siguiente expresión

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (6)$$

para el caso en que la velocidad y el campo sean perpendiculares entre si, el módulo de la fuerza es

$$F = qvB$$

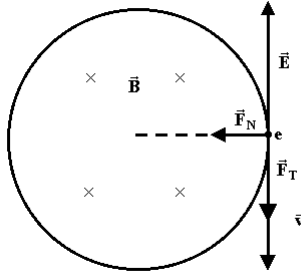


Figure 2. Modelo dinámica de partículas cargadas

1) *Movimiento en la dirección tangencial:* Ya que la partícula describe una trayectoria circular con velocidad variable con el tiempo, ha de estudiarse el movimiento de la partícula en la dirección tangencial y en la dirección normal, debido a que la velocidad es tangencial en todo momento a la trayectoria, por lo que debe existir una fuerza centrípeta. Para el Movimiento en la dirección tangencial la partícula cargada experimenta una fuerza  $F = qE$ , tangente a la circunferencia de radio  $r$ . Si la carga es positiva la

fuerza es en el sentido del campo, y si la carga es negativa es en sentido contrario al campo. La ecuación del movimiento de la partícula (masa por aceleración tangencial igual a la componente tangencial de la fuerza) será

$$m \frac{dv}{dt} = q \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}$$

2) *Movimiento en la dirección radial:* El campo magnético ejerce una fuerza centrípeta, la velocidad  $v$  y el campo magnético  $\vec{B}$  son perpendiculares entre si, en este orden de ideas:

$$F = qvB \quad (7)$$

La ecuación del movimiento del movimiento circular fuerza centrípeta normal igual a la componente normal de la fuerza que actúa sobre la partícula es

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (8)$$

igualando las ecuaciones anteriores se obtiene que la velocidad es;

$$v = \frac{qBr}{m} \quad (9)$$

Para que se cumplan simultáneamente las dos condiciones expresadas por las ecuaciones 7 y 6, el campo magnético a la distancia  $r$  del eje Z, tiene que ser igual a la mitad del campo magnético medio  $\langle B \rangle$  en la región que cubre el área  $A = \pi r^2$ . ver la figura de abajo.

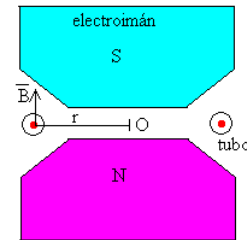


Figure 3. Condición fuerza magnética igual a la fuerza centrípeta

### C. Energía de las partículas cargadas

En general, el campo magnético  $B$  es oscilatorio, con frecuencia angular  $\omega$ , pero las partículas solamente se aceleran cuando el campo magnético está aumentando. Las partículas se inyectan cuando el campo magnético es cero, por tanto, las partículas se aceleran solamente durante un cuarto de periodo, de  $0 < t < \frac{T}{4}$ . Al cabo de este tiempo, se les proporciona un impulso adicional que las dirige hacia



alta tecnología e intervienen muchos campos de la ingeniería. Una forma de clasificar los aceleradores es por la energía de los proyectiles y los de alta energía o superaceleradores están instalados, por ejemplo en algunos laboratorios nacionales de los EUA, tal como, en Los Alamos, BrookHaven, FermiLab en Europa en el CERN

1) *Implantación de iones:* La implantación de iones es un proceso propio de la ingeniería de materiales por el cual los iones de un material pueden ser implantados en otro sólido, cambiando por tanto las propiedades físicas de éste último. La implantación de iones es utilizada en la fabricación de dispositivos semiconductores y en el revestimiento de algunos metales, así como en diversas aplicaciones orientadas a la investigación en ciencia de materiales. Los iones provocan, por una parte cambios químicos en el objetivo, ya que pueden ser de un elemento distinto al que lo compone, y por otra un cambio estructural, puesto que la estructura cristalina del objetivo puede ser dañada o incluso destruida. El equipamiento necesario para la implantación de iones suele consistir en una fuente de iones que produce los iones del elemento deseado, un acelerador donde dichos iones son electrostáticamente acelerados hasta alcanzar una alta energía, y una cámara donde los iones impactan contra el objetivo. Cada ion suele ser un átomo aislado, y de esta manera la cantidad de material que se implanta en el objetivo es en realidad la integral respecto del tiempo de la corriente de ion. Esta cantidad es conocida como dosis. Las corrientes suministradas suelen ser muy pequeñas (microamperios), y por esto la dosis que puede ser implantada en un tiempo razonable es también pequeña. Por todo esto, la implantación de iones encuentra aplicación en los casos en que el cambio químico se hace necesario. Las energías típicas de ion se encuentran en el rango de 10 a 500 keV (1.600 a 80.000 aJ). También pueden utilizarse energías entre 1 y 10 keV (160 a 1.600 aJ), pero la penetración de los iones es de apenas unos nanómetros o incluso menos. Energías inferiores resultarían en un daño prácticamente nulo al objetivo, recibiendo el nombre de deposición de haces de iones. Pueden ser utilizadas altas energías mediante aceleradores capaces de elevar la energía de los iones hasta los 5 MeV (800.000 aJ), los cuales son bastante comunes. Sin embargo, esto suele provocar un notable daño estructural al objetivo y además como la profundidad de distribución es importante, el cambio de la composición neta en un punto cualquiera del objetivo será reducido. La energía de los iones junto con la especie de ion y la composición del objetivo determinan la profundidad

de penetración de los iones en el sólido: Un haz de iones monoenergético generalmente tendrá una gran profundidad de distribución. La penetración media recibe el nombre de rango iónico. Bajo circunstancias típicas los rangos oscilan entre los 10 nanómetros y 1 micrómetro. De este modo, la implantación de iones es especialmente útil en los casos en que se busca que el cambio químico o estructural suceda cerca de la superficie del objetivo. Los iones van perdiendo gradualmente su energía a medida que viajan a través del sólido a causa tanto de las colisiones ocasionales con los átomos del objetivo (que suponen abruptas transferencias de energía) como de un suave arrastre provocado por la coincidencia de orbitales electrónicos (un proceso que sucede continuamente). La pérdida de la energía de ion en el objetivo se conoce como parada.

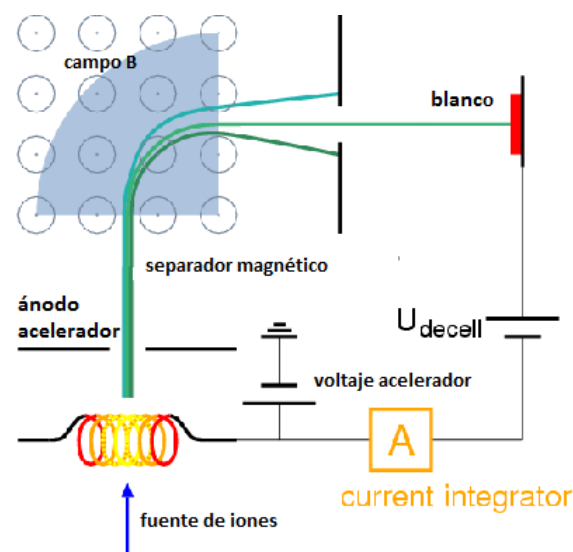


Figure 4. aplicación de la fuerza magnetica

### E. Componentes

Después de la construcción del primer acelerador, en la misma década de los 30, se inventaron otros tipos de aceleradores tales como el ciclotrón, los aceleradores lineales y los aceleradores tipo Van de Graaff. Debido a que los primeros aceleradores de partículas se construyeron con el fin de estudiar experimentalmente la estructura del núcleo atómico, por medio de colisiones las que podían originar transmutaciones o reacciones nucleares, fue la razón por lo que al hablar de un acelerador se asociaba automáticamente con un laboratorio de física nuclear. La importancia de estos instrumentos de física nuclear es similar a la del telescopio en astronomía o

al microscopio en bacteriología. Actualmente el uso de los aceleradores se ha extendido a otras áreas de investigación básica como la física atómica el mundo de los electrones y en las partículas elementales. Los aceleradores en medicina se usan tanto en los departamentos de radiología, para destruir tumores malignos, como para producir radioisótopos que se utilizan en el diagnóstico de enfermedades medicina nuclear. El uso de los aceleradores en aplicaciones tecnológicas es muy variada y más conocido en las industria de los semiconductores y la nucleoelectrónica, las cuales se usan un tipo especial de aceleradores conocidos como implantadores con los que es posible producir los chips electrónicos, circuitos integrados.

El acelerador esta formado por un tubo toroidal en el que se hace un alto vacío, y se sitúa entre las piezas polares de un electroimán. Los electrones, acelerados mediante una diferencia de potencial de unos 50000 *voltios* por un cañón electrónico, entran tangencialmente dentro del tubo, donde el campo magnético les hacía dar vueltas en una órbita circular de 5 m de longitud. Los betatrones se usan para estudiar ciertos tipos de reacciones nucleares y como fuentes de radiación para el tratamiento del cáncer. La fuerza que ejerce el campo magnético, como se ha visto ya en el espectrómetro de masas y en el ciclotrón obliga a las partículas a describir una órbita circular. El problema que surge en esta situación, es que a medida que las partículas son aceleradas, se necesita un campo magnético cada vez mayor para que las partículas describan una órbita circular de un determinado radio.

*Mejore su comprensión:* Encontrar la energía cinética máxima para una partícula de helio ionizado: Las partículas  $\alpha$  son núcleos completamente ionizados, es decir, sin su envoltura de electrones correspondiente, de helio-4 ( ${}^4\text{He}$ ). Estos núcleos están formados por dos protones y dos neutrones. Al carecer de electrones, su carga eléctrica es positiva ( $+2qe$ ), mientras que su masa es de 4 uma, en síntesis en una partícula  $\alpha$  se tiene  $q = +2e$ ,  $m = 4uma$  y  $B = 5$  gauss,  $r = 0.5m$  la carga del electrón  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}C$ . una unidad de masa atómica, u.m.a. vale  $1.67 \cdot 10^{-27}kg$  un gauss  $= 10^{-4}T$  No debe olvidarse que el sentido de la fuerza sobre la partícula cargada depende de su signo. Las partículas cargadas con carga positiva se aceleran en el sentido del campo, y las negativas en sentido contrario al campo, Notese que la energía máxima se obtiene cuando el campo magnético se hace máximo es decir, en el instante  $t = \frac{T}{4} = 1$  unidad de tiempo. A partir de este momento, el campo eléctrico cambia

de signo y la partícula se frena hasta que se para. En la situación real cuando la partículas adquieren la máxima energía, reciben un impulso adicional que las hace salir de su órbita circular para dirigirse hacia el blanco.

## REFERENCES

[Notas de clase germán Moncada]  
[Serway, Beichner, tomo II física para ciencias e ingeniería]